Těleso je v klidu. Jakou rychlostí se bude pohybovat, je-li polovina jeho klidové hmotnosti přeměněna na kinetickou energii druhé poloviny hmotnosti.?

Řešení:

v = ?

Polovinu klidové hmotnosti označme m_0. Tuto hmotnost přeměníme na kinetickou energii

$$E_k = m_0 c^2$$

Kinetickou energii druhé poloviny tělesa můžeme také vyjádřit vztahem

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

kde m je hmotnost druhé poloviny pohybující se hledanou rychlostí v. Obě energie se musí sobě rovnat.

$$m_0 c^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$m_0 c^2 = \frac{1}{2} \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Po zkrácení a úpravě dostaneme rovnici ve tvaru

$$v^4 + 4c^2 v^2 - 4c^4 = 0$$

Po zavedení substituce $v^2 = x$ získáme kvadratickou rovnici. Zadání úlohy splňuje pouze kladný kořen

$$x = \frac{4c^2\sqrt{2} - 4c^2}{2}$$

Ze substituční rovnice po úpravách získáme výslednou rychlost

$$v = c\sqrt{2\left(\sqrt{2} - 1\right)} = 0{,}91c$$

Odpověď:

Druhá polovina hmotnosti (tělesa) se bude pohybovat rychlostí 0,91c.