

Jakou tlakovou silou působí voda na svislé stavědlo rybníka ve tvaru obdélníkové desky o základně $a = 5 \text{ m}$, jestliže je výška hladiny vody $h = 3 \text{ m}$?
Kde je působiště této tlakové síly?

Řešení (1. způsob):

$$a = 5 \text{ m}, h = 3 \text{ m}, \rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}, F = ? \text{ N}$$

Tlaková síla je dána vztahem

$$F = p S$$

kde p je hydrostatický tlak vody v dané hloubce h pod povrchem kapaliny

$$p = h \rho g$$

Protože hydrostatický tlak se mění v závislosti na hloubce h , nemůžeme pro výpočet tlakové síly použít vztah

$$F = h \rho g S$$

ale musíme počítat se střední hodnotou hydrostatického tlaku uprostřed stavědla

$$p = \frac{1}{2} h \rho g$$

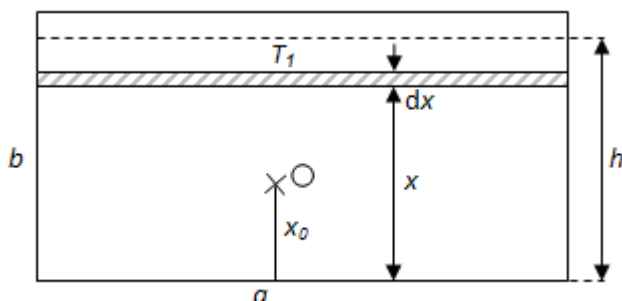
takže tlaková síla působící na stavědlo je

$$F = \frac{1}{2} h \rho g S = 0,5 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 15 = 2,25 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Působiště tlakové síly bude ležet na svislé ose stavědla blíže k základně.

Řešení (2. způsob):

Ve čtvrtém ročníku po probrání diferenciálního a integrálního počtu můžeme při řešení postupovat takto:



Smáčenou plochu stavědla si rozdělíme na malé plošné elementy

$$dS = a dx$$

příčemž v hloubce $(h - x)$ pod hladinou působí na tento plošný element síla (viz obr)

$$dF = (h - x) \rho g dS = (h - x) \rho g a dx$$

Celková síla působící na stavědlo bude dána součtem všech elementárních sil neboli integrálem

$$F = \int_0^h (h - x) \rho g a dx = \int_0^h h \rho g a dx - \int_0^h x \rho g a dx$$

čímž při výpočtu určitého integrálu v mezích od nuly do h dosazením do vztahu

$$F = [h \rho g a x]_0^h - \left[\frac{x^2}{2} \rho g a \right]_0^h$$

dostáváme

$$F = \frac{1}{2} h^2 \rho g a$$

Protože smáčená plocha S stavědla je dána součinem

$$S = a h$$

dostáváme pro velikost síly F stejný výsledek jako v prvním případě:

$$F = \frac{1}{2} h \rho g S = 0,5 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 15 = 2,25 \cdot 10^5 N$$

Označíme-li vzdálenost působíště výsledné tlakové síly od základny x_0 , pak součet momentů tlakových sil na jednotlivé složky se musí rovnat momentu výsledné tlakové síly na celou plochu. Proto platí:

$$F x_0 = \int_0^h x dF$$
$$x_0 = \frac{\int_0^h x dF}{F} = \frac{\int_0^h x (h - x) \rho g a dx}{\frac{1}{2} S h \rho g}$$

Po provedení integrace a dosazení dostáváme obecně

$$x_0 = \frac{1}{3} h$$

Odpověď:

Tlaková síla působící na stavědlo má velikost $2,25 \cdot 10^5$ N.

Působíště výsledné tlakové síly působící na svislé stavědlo je v jedné třetině ponořené části od základny stavědla, tzn. v hloubce 2 m pod hladinou (1 m ode dna).