

Na válci je navinuto lano a na něm zavěšeno závaží o hmotnosti 3 kg. Po uvolnění válce poklesne během 5 sekund závaží o 5 m. Poloměr válce je 60 cm. Určete moment setrvačnosti válce. Hmotnost lana, tření a odpor prostředí zanedbáváme.

Řešení:

$$m = 3 \text{ kg}, t = 5 \text{ s}, h = 5 \text{ m}, r = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, J = ? \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Podle zákona zachování mechanické energie se polohová energie tělesa přemění na kinetickou energii posuvného pohybu tělesa a kinetickou energii rotačního pohybu válce.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

Pohyb tělesa je rovnoměrně zrychlený. Ze vztahů

$$v = a \cdot t, h = \frac{1}{2}at^2$$

vyjádříme rychlost.

$$v = \frac{2h}{t}$$

Úhlovou rychlost nahradíme vztahem

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Po dosazení za v a ω do první rovnice a po úpravě dostáváme

$$J = \frac{mr^2(gt^2 - 2h)}{2h} = \frac{3 \cdot 0,6^2(10 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5)}{2 \cdot 5} = 25,9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Odpověď:

Moment setrvačnosti válce je 25,9 kg·m².

