

Jedním z možných závěrečných stádií ve vývoji hvězdy je vznik tzv. neutronové hvězdy.

a) Vypočítejte objem a hustotu neutronové hvězdy, která má hmotnost dvakrát větší než Slunce a poloměr 12 km. (Hmotnost Slunce je přibližně $2 \cdot 10^{30}$ kg.)

b) Na jaký poloměr by se musela zmenšit Země, aby při své hmotnosti měla stejnou hustotu jako neutronová hvězda? (Hmotnost Země je přibližně $6 \cdot 10^{24}$ kg.)

Řešení (a):

$$m = 2M_S = 4 \cdot 10^{30} \text{ kg}, r = 12 \text{ km} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ m}, \rho = ? \text{ kg/m}^3$$

Nejprve vypočítáme objem neutronové hvězdy podle vztahu pro výpočet objemu koule

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Číselně

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,2 \cdot 10^4)^3 \doteq 7,23 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$$

Nyní vypočítáme hustotu látky podle vztahu

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Číselně

$$\rho = \frac{4 \cdot 10^{30}}{7,23 \cdot 10^{12}} \doteq 5,53 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Odpověď (a):

Objem neutronové hvězdy je přibližně $7,23 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$, hustota neutronové hvězdy je přibližně $5,53 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$.

Řešení (b):

$$\rho = 5,53 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3, m = M_Z = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, r = ? \text{ m}$$

Ze vztahu pro výpočet objemu koule vyjádříme neznámý poloměr r

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}} \quad (1)$$

Ze vztahu pro výpočet hustoty vyjádříme neznámý objem V

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho} \quad (2)$$

Dosazením vztahu (2) do vztahu (1) dostáváme

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot m}{4 \cdot \pi \cdot \rho}}$$

Číselně

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 3,14 \cdot 5,53 \cdot 10^{17}}} \doteq 137 \text{ m}$$

Odpověď (b):

Země by se musela zmenšit na kouli o poloměru asi 137 m.

Poznámka (b):

Při řešení úlohy lze také postupovat tak, že nejprve pomocí vztahu (2) vypočítáme číselnou hodnotu objemu V a poté využitím vztahu pro objem koule (1) vypočítáme poloměr r .